

Поступление в 10 класс

Разбор заданий 2018 года

1. Вычислите:

$$\frac{2018^{2n+1} - 2 \cdot 2018^{2n}}{1009^{2n+1} \cdot 2^{2n+2} - 1009^{2n} \cdot 4^n \cdot 36 \cdot 109} \cdot \dots$$

①

$$\frac{2018^{2n+1} - 2 \cdot 2018^{2n}}{1009^{2n+1} \cdot 2^{2n+2} - 1009^{2n} \cdot 4^n \cdot 36 \cdot 109} =$$

$$= \frac{\cancel{2018}^{2n} (2018 - 2)}{\cancel{1009}^{2n} \cdot \cancel{2}^{2n} (2^2 - 1009 - 36 \cdot 109)} =$$

$$= \frac{2016}{4036 - 3924} = \frac{2016}{112} = 18$$

2. Решите уравнение:

$$\frac{3x^2 + 14x - 5}{3x - 1} = \frac{(2x^2 + 11x + 5)(15x + 34)}{15x + 60}.$$

$$(2) \quad \frac{3x^2 + 14x - 5}{3x - 1} = \frac{(2x^2 + 11x + 5)(15x + 34)}{15x + 60}.$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 3x - 1 \neq 0 \\ 15x + 60 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1/3 \\ x \neq -4 \end{cases}$$

$$3x^2 + 14x - 5 = A$$

$$\frac{D}{4} = 7^2 + 5 \cdot 3 = 64$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm 8}{3} = \begin{bmatrix} 1/3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A &= 3(x - 1/3)(x + 5) = \\ &= (3x - 1)(x + 5) \end{aligned}$$

$$2x^2 + 11x + 5 = AA$$

$$D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-11 \pm 9}{4} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} AA &= 2(x + 1/2)(x + 5) = \\ &= (2x + 1)(x + 5) \end{aligned}$$

$$\frac{(3x-1)(x+5) \overset{\cancel{15(x+4)}}{}}{\cancel{3x-1}} = \frac{(2x+1)(x+5)(15x+34) \overset{\cancel{15(x+4)}}{}}{15(x+4)}$$

$$\frac{15(x+5)(x+4) - (2x+1)(x+5)(15x+34)}{15(x+4)} = 0$$

$$\frac{(x+5)(15x+60 - (30x^2 + 83x + 34))}{15(x+4)} = 0$$

$$\Rightarrow (x+5)(-30x^2 - 68x + 26) = 0$$

$$\begin{cases} x+5=0 \\ -30x^2 - 68x + 26 = 0 \quad | :(-2) \end{cases} \Rightarrow \underline{x_1 = -5}$$

$$15x^2 + 34x - 13 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 17^2 + 15 \cdot 13 = 484$$

$$x_{1,2} = \frac{-17 \pm 22}{15} = \begin{cases} 1/3 \\ -13/5 \end{cases} \quad \begin{matrix} - \text{ не } \text{bx. } \text{б } 003 \\ \Rightarrow \underline{x_2 = -2\frac{3}{5}} \end{matrix}$$

3. Постройте график функции:

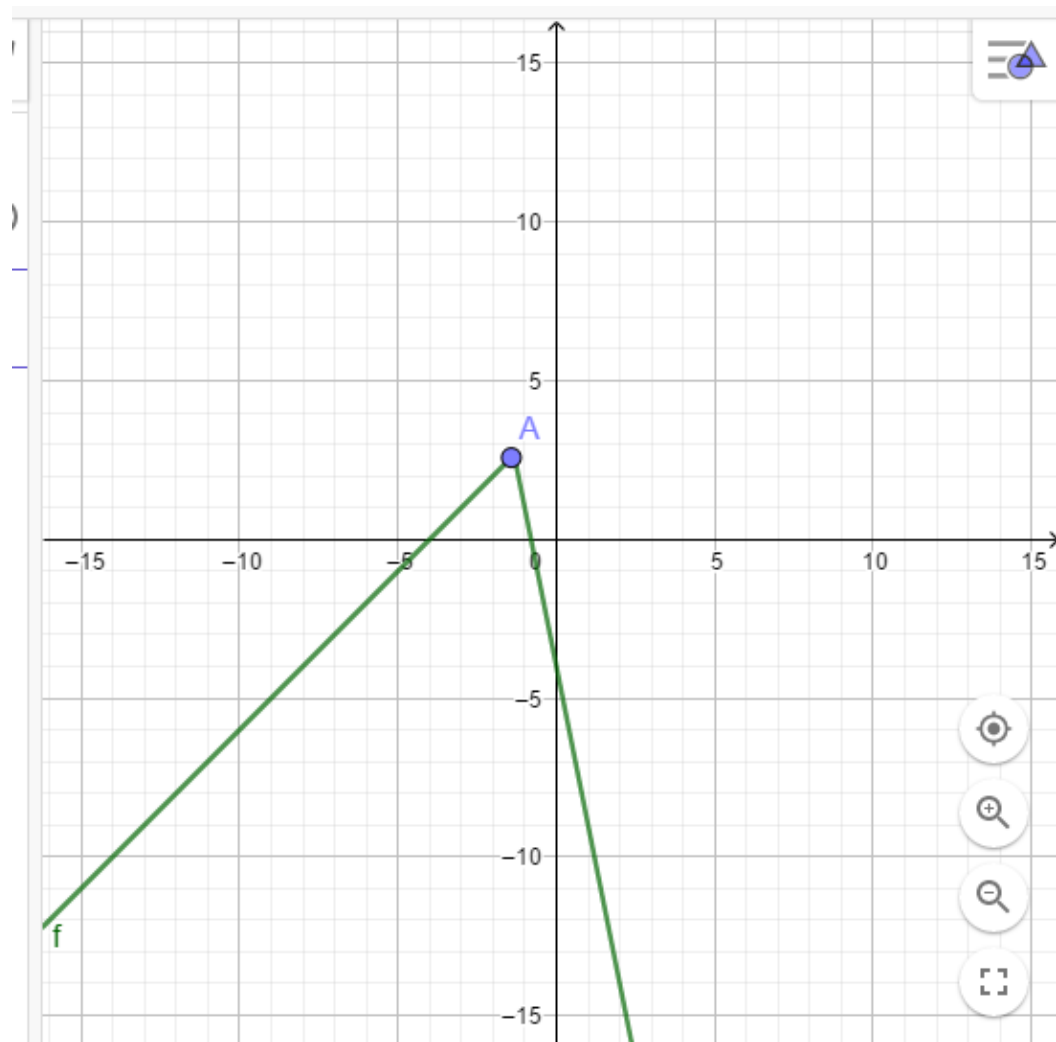
$$f(x) = -2x - |4 + 3x|$$

и определите, при каком значении x достигается наибольшее значение функции.

③ $f(x) = -2x - |4 + 3x|$

Case 1: $4 + 3x \geq 0$
 $x \geq -\frac{3}{4}$
 $|4 + 3x| = 4 + 3x$
 $f(x) = -2x - 4 - 3x = -5x - 4$

Case 2: $4 + 3x < 0$
 $x < -\frac{3}{4}$
 $|4 + 3x| = -4 - 3x$
 $f(x) = -2x + 4 + 3x = x + 4$



4. Илларион хотел получить 15% раствор соли, для этого он смешал 100 г 10% раствора и 50 г 19% раствора. Поняв, что совершил ошибку, он выпарил необходимое количество воды и получил желаемый раствор. Какое количество воды пришлось выпарить Иллариону?

④ Кол-во соли:

$$0,1 \cdot 100 = 10 \text{ г (I р-р)}$$

$$0,19 \cdot 50 = 9,5 \text{ г (II р-р)}$$

Всего 19,5 г соли

кол-во р-ра с концентрацией 15%:

$$0,15 = \frac{19,5}{V} \Rightarrow V = \frac{19,5}{0,15} = 130 \text{ г}$$

Получилось $100 + 50 = 150 \text{ г}$.

Надо выпарить $150 - 130 = \underline{20 \text{ г}}$

5. Решите неравенство:

$$\frac{\sqrt{5x+23}}{9-x^2} \leq 0.$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\sqrt{5x+23}}{9-x^2} \leq 0$$

$$\text{ОДН: } \begin{cases} 5x+23 \geq 0 \\ 9-x^2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -23/5 = -4\frac{3}{5} \\ x \neq \pm 3 \end{cases}$$

$$\sqrt{5x+23} \geq 0 \quad \forall x \in D(f) \Rightarrow$$

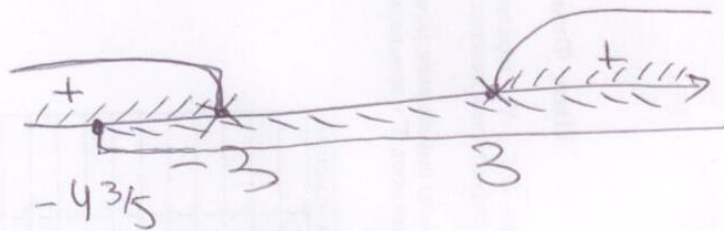
$$\Rightarrow \begin{cases} 9-x^2 < 0 \\ \sqrt{5x+23} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5x+23=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x = -23/5}$$

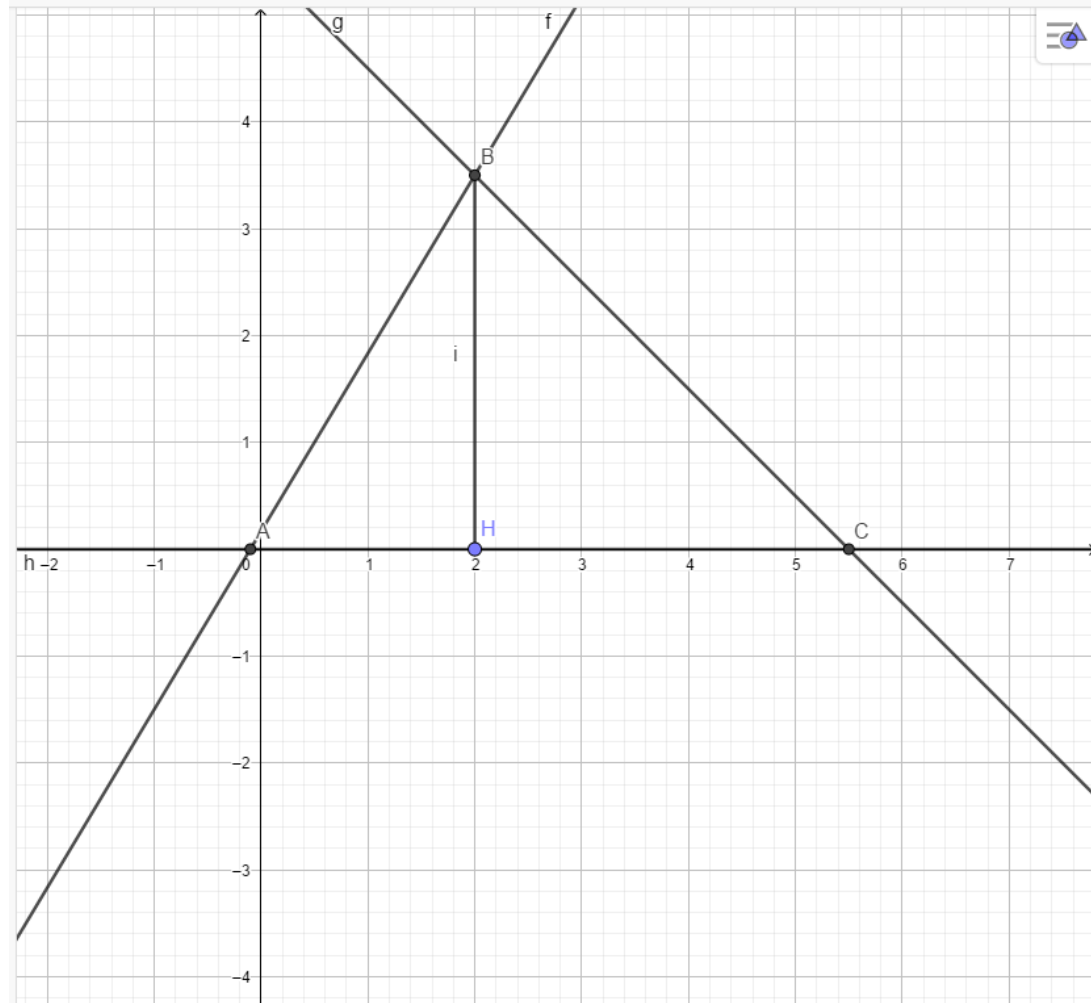
$$9 - x^2 < 0 \Leftrightarrow (3 - x)(3 + x) < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x + 3) > 0$$



$$\Rightarrow \frac{x \in [-4\frac{3}{5}; -3) \cup (3; +\infty)}{\underline{\hspace{1cm}}}$$

6. Найдите площадь треугольника, ограниченного прямыми $y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}$, $y = -x + 5,5$ и осью абсцисс.



$$\textcircled{6} \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH$$

$$AC = x_c - x_a$$

$$BH = y_b.$$

A - точка пересечения прямых

$$y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{6} \quad \text{и} \quad y = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3}x + \frac{1}{6} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{3}x = -\frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad x_A = -\frac{1}{10}$$

C - точка пересечения прямых

$$y = -x + 5,5 \quad \text{и} \quad y = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x + 5,5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_c = 5,5$$

$$AC = x_c - x_A = 5,5 - (-0,1) = 5,6$$

В - точка пересечения прямых

$$y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{6} \quad \text{и} \quad y = -x + 5,5 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{5}{3}x + \frac{1}{6} = -x + 5,5 \quad | \cdot 6$$

$$10x + 1 = -6x + 33$$

$$16x = 32$$

$$x_c = 2$$

$$\Rightarrow BH = -2 + 5,5 = 3,5$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5,6 \cdot 3,5 = 9,8$$

7. При каких значениях параметра a уравнение $2x^2 + ax + 2 = 0$ имеет два корня, один из которых в четыре раза больше другого?

$$\textcircled{7} \quad 2x^2 + ax + 2 = 0$$

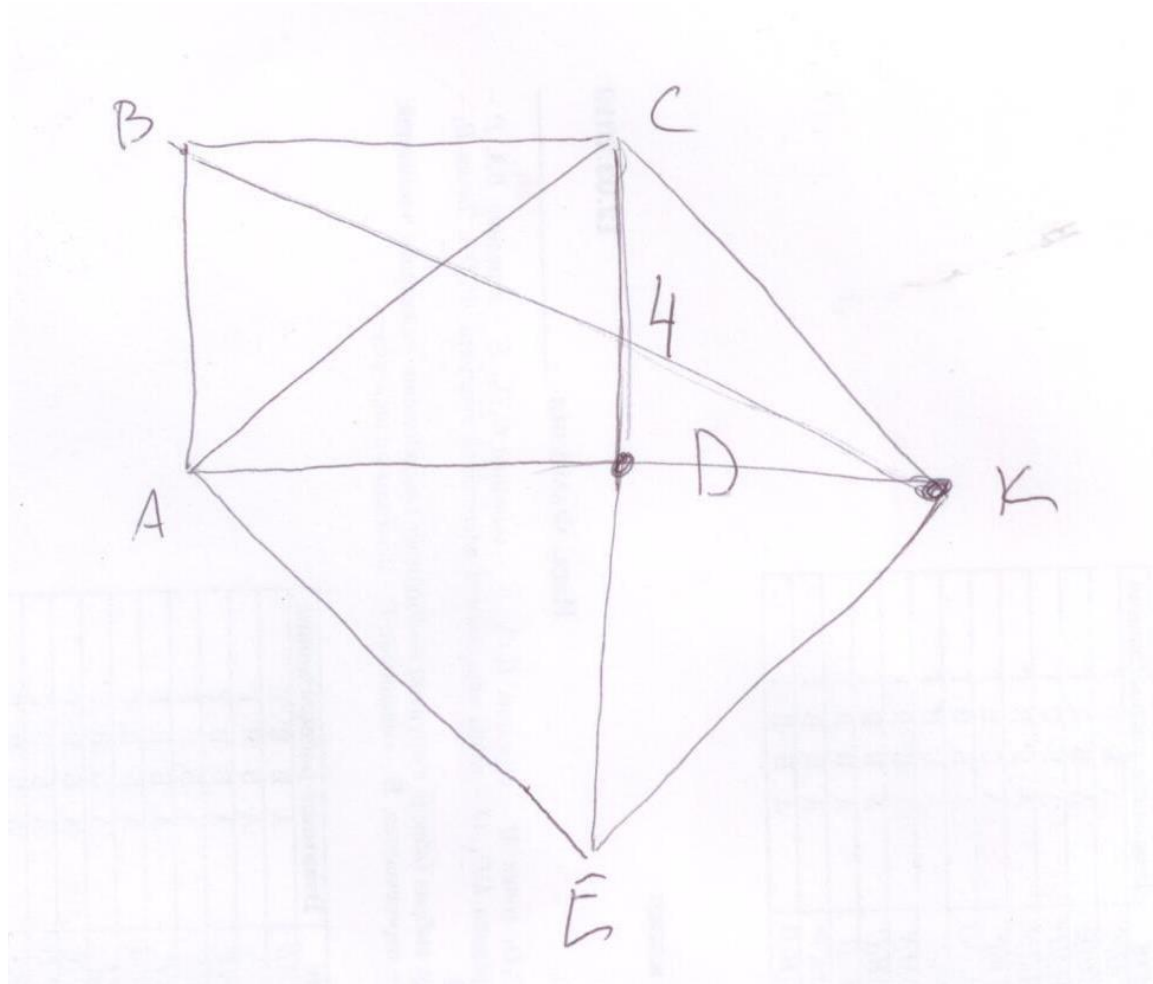
По Th. Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{a}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = 2/2 \\ x_1 = 4x_2 \quad (\text{условие}) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 5x_2 = -a/2 \\ 4x_2^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x_2 = -a/2 \\ x_2^2 = 1/4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \cdot \frac{1}{2} = -a/2 \\ 5 \cdot (-1/2) = -a/2 \\ x_2 = \pm 1/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ a = 5 \end{cases}$$

8. На диагонали прямоугольника $ABCD$ построили квадрат $ACKE$ так, что точка D оказалась центром этого квадрата. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABK , если $CD = 4$.



Диагонали квадрата равны,
перпендикулярны и в точке пересечения
делятся пополам $\Rightarrow$

$$\Rightarrow CD = AD = DK = 4 \Rightarrow AK = 8$$

$$AB = CD = 4.$$

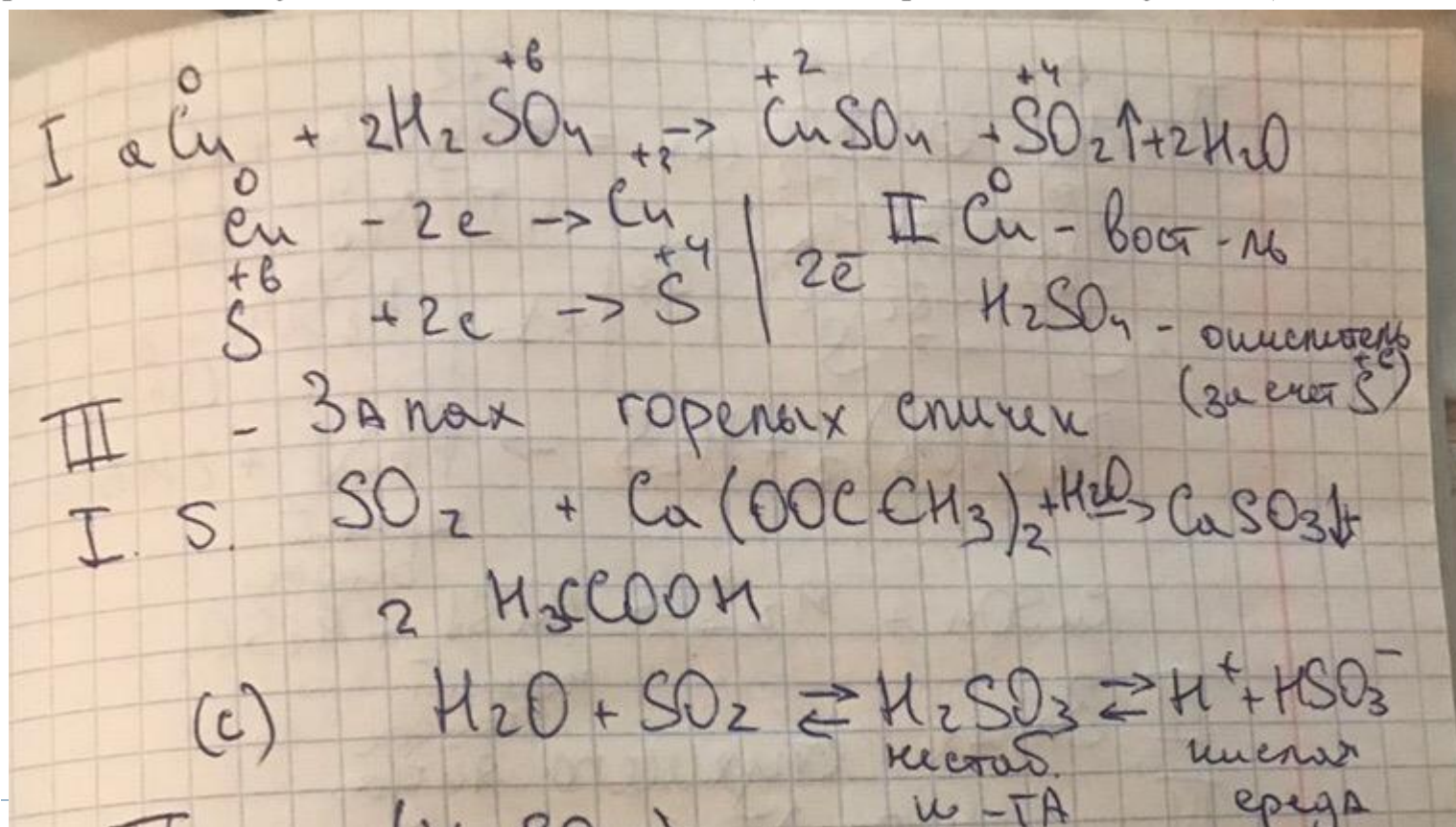
$$\triangle ABK - \text{прямоугольный} \Rightarrow BK = \sqrt{AB^2 + AK^2} = \\ = \sqrt{16 + 64} = 4\sqrt{5}$$

В прямоугольном треугольнике центр описанной окружности лежит в середине гипотенузы, а радиус равен половине гипотенузы $\Rightarrow$

$$\Rightarrow R = \frac{BK}{2} = \underline{\underline{2\sqrt{5}}}$$

9. Кусочек меди аккуратно при нагревании растворили в концентрированной серной кислоте. Выделившийся при этом пахучий газ окрашивает влажную лакмусовую бумажку в красный цвет. При пропускании выделившегося газа через раствор ацетата кальция образуется белый осадок.

1. Запишите уравнения протекающих реакций.
2. Укажите окислитель и восстановитель в ОВР, составьте электронные уравнения.
3. Какой запах имеет выделяющийся в 1 реакции газ?
4. Определите массу выделившегося осадка, если в реакцию вступил 0,1 моль кислоты.



IV

$$\nu(\text{H}_2\text{SO}_4) = 0,1 \text{ моль}$$

u - TA

срета

$$\nu(\text{SO}_2) = \frac{1}{2} \nu(\text{H}_2\text{SO}_4) = 0,05 \text{ моль}$$

$$\nu(\text{CaSO}_3) = \nu(\text{SO}_2) = 0,05 \text{ моль}$$

$$M(\text{CaSO}_3) = \underset{\text{Ar}(\text{Ca})}{40 \text{ г/моль}} + \underset{\text{Ar}(\text{S})}{32} + \underset{3 \cdot \text{Ar}(\text{O})}{3 \cdot 16} =$$

$$120 \text{ г/моль}$$

$$m(\text{CaSO}_3) = \underset{120 \text{ г/моль}}{\nu(\text{CaSO}_3)} \cdot M(\text{CaSO}_3) = 0,05 \text{ моль} \cdot 120 \text{ г/моль} = 6 \text{ г}$$

10. В городе Дайлянь перед директором плавательного олимпийского бассейна встала задача опустошить его ровно в тот момент, когда отключили систему откачки воды. Оцените время, которое понадобится на то, чтобы вычерпать всю воду ведрами, если количество ведер и добровольцев, согласных участвовать в выполнении этой тяжелой физической работы, ничем не ограничено.

⑩ Олимпийский бассейн:

длина	-	25	или	<u>50</u>	или	100 м
дорожек	-	4	или	6	или	<u>8</u> или 10
ширина дорожки	-	от	<u>2</u>	до	3 м	
глубина бассейна	-	от	<u>2</u>	до	5 м	
Кол-во людей на метр	-	<u>1-2</u>				
Время зачерпывание	-	1- <u>10</u>	сек.			
Объем ведра	-	<u>10-20</u>	л			

Считаем объем бассейна:

$$50 \cdot (8 \cdot 2,5) \cdot 2 = 2000 \text{ м}^3$$

Периметр бассейна:

$$(50 + 8 \cdot 2,5) \cdot 2 = 140 \text{ м.}$$

Людей: $140 \cdot 1 = 140$

Одно ведро: $10 \text{ литров.} = 0,01 \text{ м}^3$

За одно зачерпывание $140 \cdot 0,01 = 1,4 \text{ м}^3 \approx 1 \text{ м}^3$

$\Rightarrow$ Нужно 2000 зачерпываний. Одно зачерпывание - 10 сек $\Rightarrow 20000 \text{ сек.} \approx 333 \text{ мин} \approx 5,5 \text{ часов}$