

I вариант

1. Решите уравнение:

$$(2x - 3)^4 - 3(2x - 3)^2 - 4 = 0.$$

2. Решите неравенство:

$$\frac{\sqrt{x^2 - 6x}}{9 - x^2} \geq 0$$

3. Дана функция

$$f(x) = (a - 3)x^2 + 2ax + (a + 1).$$

- а) При каких значениях параметра a графиком данной функции будет прямая?
б) При каких значениях параметра a график данной функции имеет с осью Ox ровно одну общую точку?
в) При каких значениях параметра a графиком данной функции будет парабола, вершина которой лежит во второй четверти?

4. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \left| \frac{4}{x^2 - 7x + 12} - x - 1 \right| > -2 \\ (x + 1)^3 + (x - 1)^2 - 3x \leq (2 - x^2)(x + 1) + x(10x + 3) \end{cases}$$

5. а) Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} 3 - x, x \geq 0 \\ \frac{|x + 2|(3 + 2x - x^2)}{x + 2}, x < 0 \end{cases}.$$

б) Найдите значения k , при которых прямая $y = k$ не имеет с графиком общих точек.
6. Катя написала на доске три числа. Маша заметила, что они образуют возрастающую арифметическую прогрессию, а наблюдательный Витя – что если среднее число уменьшить на 6, то получится геометрическая прогрессия.

- а) Какие числа написала на доске Катя, если первое число – это число 3?
б) Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии, которую получил Витя.

7. Учитель Аничкова лицея налил в кружку 200 мл шестидесятипроцентного раствора кофе. Понюхав его, он понял, что кофе слишком крепкий и, вылив 50 мл, долил водой до исходного состояния и хорошенько перемешал. Понюхав еще раз, он убедился, что кофе все еще слишком крепкий, вылил треть и снова долил воды. Перемешав и попробовав, он решил, что теперь напиток идеален. Определите идеальное процентное содержание кофе в кружке.

8. Геометрическая база.

- а) Найдите величину внутреннего угла правильного двенадцатиугольника.

б) Треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$: $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{2}{3}$, периметр треугольника $A_1B_1C_1$ равен 12. Найдите периметр треугольника ABC .

в) Известны координаты вектора $\overrightarrow{AB}(3; 7)$ и координаты точки $A(4; -3)$. Найдите координаты точки B .

г) Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 2. Найдите длину стороны треугольника.

д) Треугольник ABC прямоугольный ($\angle C$ – прямой). Найдите длину стороны AC , если $\sin \angle B = \frac{1}{3}$, $BA = 3\sqrt{2}$.

е) Катеты прямоугольного треугольника равны 24 и 10. Найдите длину высоты, проведенной к гипотенузе.

9. К смеси, содержащей 50 г бария и 30 г меди, добавили в избытке концентрированную серную кислоту. В результате выделилась бесцветная смесь газов, каждый из которых характеризуется резким запахом, выпал белый осадок, а полученный раствор окрасился в синий цвет. Установите массовую долю бария в исходной смеси в процентах. Напишите уравнения всех реакций. Рассчитайте объем смеси выделившихся газов (н.у.). Числа в расчетах округляйте до третьего знака после запятой.

10. Министерство образования Китая приняло решение каждому девятикласснику выдать, кроме набора бумажных учебников, один алюминиевый, аналогичный бумажным по длине, ширине и массе. Оцените, какова будет высота стопки, если сложить все китайские алюминиевые «учебники» друг на друга

Калькуляторами пользоваться воспрещается!

II вариант

1. Решите уравнение:

$$(2x + 5)^4 - (2x + 5)^2 - 12 = 0.$$

2. Решите неравенство:

$$\frac{\sqrt{x^2 + 5x}}{16 - x^2} \geq 0$$

3. Дана функция

$$f(x) = (a + 2)x^2 + 2ax + (a - 3).$$

- а) При каких значениях параметра a графиком данной функции будет прямая?
б) При каких значениях параметра a график данной функции имеет с осью Ox ровно одну общую точку?
в) При каких значениях параметра a графиком данной функции будет парабола, вершина которой лежит в третьей четверти?

4. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \left| \frac{4}{x^2 + 7x + 12} - x - 1 \right| > -3 \\ (x - 1)^3 - (x + 1)^2 - 2x \geq 8x(1 - x) - (x^2 + 2)(x + 1) \end{cases}$$

5. а) Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} 3 + x, x \leq 0 \\ \frac{|x - 2|(x^2 + 2x - 3)}{x - 2}, x > 0 \end{cases}.$$

- б) Найдите значения k , при которых прямая $y = k$ не имеет с графиком общих точек.
6. Лена написала на доске три числа. Илья заметил, что они образуют арифметическую прогрессию, а наблюдательный Саша – что если среднее число уменьшить на 9, то получится возрастающая геометрическая прогрессия.

- а) Какие числа написала на доске Лена, если первое число – это число 2?
б) Найдите сумму первых четырех членов геометрической прогрессии, которую получил Саша.

7. Учитель Аничкова лицея налил в кружку 250 мл сорокапроцентного раствора кофе. Понюхав его, он понял, что кофе слишком крепкий и, вылив 100 мл, долил водой до исходного состояния и хорошенько перемешал. Понюхав еще раз, он убедился, что кофе все еще слишком крепкий, вылил треть и снова долил воды. Перемешав и попробовав, он решил, что теперь напиток идеален. Определите идеальное процентное содержание кофе в кружке.

8. Геометрическая база.

- а) Найдите величину внутреннего угла правильного десятиугольника.

б) Треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$: $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{3}{4}$, периметр треугольника $A_1B_1C_1$ равен 16. Найдите периметр треугольника ABC .

в) Известны координаты вектора $\overrightarrow{AB}(5; 3)$ и координаты точки $A(2; -1)$. Найдите координаты точки B .

г) Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 2. Найдите длину стороны треугольника.

д) Треугольник ABC прямоугольный ($\angle C$ – прямой). Найдите длину стороны AC , если $\sin \angle B = \frac{2}{3}$, $BA = 6\sqrt{2}$.

е) Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите длину высоты, проведенной к гипотенузе.

9. К смеси, содержащей 50 г бария и 30 г меди, добавили в избытке концентрированную серную кислоту. В результате выделилась бесцветная смесь газов, каждый из которых характеризуется резким запахом, выпал белый осадок, а полученный раствор окрасился в синий цвет. Установите массовую долю бария в исходной смеси в процентах. Напишите уравнения всех реакций. Рассчитайте объем смеси выделившихся газов (н.у.). Числа в расчетах округляйте до третьего знака после запятой.

10. Министерство образования Китая приняло решение каждому девятикласснику выдать, кроме набора бумажных учебников, один алюминиевый, аналогичный бумажным по длине, ширине и массе. Оцените, какова будет высота стопки, если сложить все китайские алюминиевые «учебники» друг на друга

Калькуляторами пользоваться воспрещается!