

I вариант

1. Математическая база.

а) Вычислите:

$$\frac{62^2 - 25^2}{111}$$

б) Упростите:

$$\frac{a + 2b}{4b^2 - a^2} - \frac{1}{a - 2b}$$

в) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 6x - y = 3 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

г) У трёх дураков есть немного тумачков. У второго дурака в три раза больше тумачков, чем у первого, и на 3 тумачка больше, чем у третьего. Сколько тумачков у каждого дурака, если в сумме у них 32 тумачка?

д) В треугольнике ABC $\angle A = 23^\circ$, $\angle C = 39^\circ$. Найдите $\angle DBL$, если BD – высота, а BL – биссектриса треугольника.

е) Средний возраст 11 футболистов на поле был 22 года. Найдите средний возраст оставшихся, если с поля был удалён 32-летний Марк.

2. Даны выражения Q и U :

$$Q = \frac{(-14)^{2n}}{49^{n+1} - 7^{2n+1}} : 4^{n-2}, \quad U = \frac{1,3 - 1\frac{2}{5}}{0,35 \cdot 4 + \frac{1}{5}}$$

а) Вычислите значение выражения Q ;б) Вычислите значение выражения U ;в) Вычислите значение выражения $\frac{1}{Q} + 3U - \left(\frac{9}{12}\right)^2$.

3. Решите уравнения:

$$\begin{aligned} \text{а)} & \left(\frac{1}{x-3} - 1\right)(x^2 - 9) = 0; \\ \text{б)} & (x - 2)^2 + 3(x - 1)^2 = (2x - 5)^2. \end{aligned}$$

4. а) Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; -1)$ и $B(1; 5)$.б) Напишите уравнение прямой, параллельной прямой $y = -2x + 2$ и проходящей через точку $C(3; -1)$.

в) Нарисуйте прямые, получившиеся в пунктах а и б.

г) Найдите координаты точки пересечения прямых из пунктов а и б.

5. Ребенок Катерина и лицеист Эрвин отдыхали на полянке перед озером. Катерина тренировалась считать и в 17:00 она посчитала, что рядом с ними летало 100 мух и 25 комаров. Наблюдая за насекомыми дальше, Эрвин выяснил, что начиная с 17:00 за каждые 10 минут с полянки улетает 3 мухи и прилетает 4 комара. В какой момент времени число комаров станет составлять 75% от числа мух?

6. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C медиана AM равна катету CB . Эту медиану продлили на собственную длину за точку M до точки D , на отрезке DB отметили точку N так, что $BN = BM$ и провели прямую MN до пересечения с AC в точке K .

а) Нарисуйте чертеж к задаче.

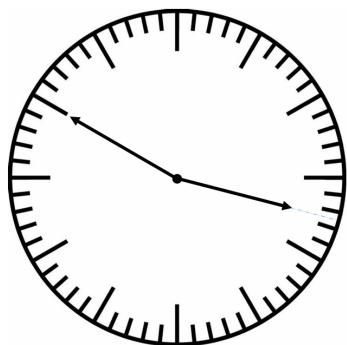
б) Найдите угол AMC .в) Найдите угол CKM .г) Найдите отношение длин отрезков KC и AD .

7. Иннокентий купил странные часы с будильником и разноцветными (синяя – часовая, зеленая – минутная) стрелками равной длины. Он выяснил, что они отстают на 6 минут в час.

а) Сначала он установил их точно и задумался: через сколько суток часы снова покажут точное время. . . А через сколько?

б) Сейчас 17:00, а завтра в полдень у Иннокентия важный созвон. Он поставил часы правильно и хочет, чтобы будильник прозвенел в полдень. На какое время нужно установить будильник? в) Друг Иннокентия

Исидор решил пошутить. Он покрасил все цифры на циферблате, покрасил стрелки в черный цвет, отодрал корпус и повернул его случайным образом. Часы стали выглядеть как на картинке ниже. Помогите Иннокентию определить, какое время показывают его часы?



Калькуляторами пользоваться воспрещается!

II вариант

1. Математическая база.

а) Вычислите:

$$\frac{63^2 - 24^2}{117}$$

б) Упростите:

$$\frac{2c + d}{d^2 - 4c^2} - \frac{1}{2c - d}$$

в) Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 6y = -1 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

г) У трёх дураков есть немного тумачков. У второго дурака в четыре раза больше тумачков, чем у первого, и на 3 тумачка меньше, чем у третьего. Сколько тумачков у каждого дурака, если в сумме у них 48 тумачков?

д) В треугольнике ABC $\angle A = 43^\circ$, $\angle C = 35^\circ$. Найдите $\angle DBL$, если BD – высота, а BL – биссектриса треугольника.

е) Средний возраст 11 футболистов на поле был 39 лет. Найдите средний возраст оставшихся, если с поля был удалён 19-летний Георгий.

2. Даны выражения X и I :

$$X = \frac{(-10)^{2n}}{5^{2n} - 25^{n-1}} : 4^{n-1}, \quad I = \frac{1,5 - 1\frac{4}{5}}{0,35 \cdot 5 - \frac{1}{4}}.$$

а) Вычислите значение выражения X ;

б) Вычислите значение выражения I ;

в) Вычислите значение выражения $\frac{1}{X} + 3I + \left(\frac{16}{20}\right)^2$.

3. Решите уравнения:

$$\begin{aligned} \text{а)} & \left(\frac{1}{x+4} - 1\right)(x^2 - 16) = 0; \\ \text{б)} & (x + 2)^2 + 3(x - 1)^2 = (2x + 3)^2. \end{aligned}$$

4. а) Напишите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; -1)$ и $B(1; 3)$.

б) Напишите уравнение прямой, параллельной прямой $y = -3x + 1$ и проходящей через точку $C(3; -2)$.

в) Нарисуйте прямые, получившиеся в пунктах а и б.

г) Найдите координаты точки пересечения прямых из пунктов а и б.

5. Ребенок Катерина и лицеист Эрвин отдохали на полянке перед озером. Катерина тренировалась считать, и в 17:00 она посчитала, что рядом с ними летало 110 мух и 25 комаров. Наблюдая за насекомыми дальше, Эрвин выяснил, что начиная с 17:00 за каждые 10 минут с полянки улетает 5 мух и прилетает 3 комара. В какой момент времени число комаров станет составлять 80% от числа мух?

6. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C медиана BM равна катету AC . Эту медиану продлили на собственную длину за точку M до точки D , на отрезке AD отметили точку N так, что $AN = AM$ и провели прямую MN до пересечения с BC в точке K .

а) Нарисуйте чертеж к задаче.

б) Найдите угол AMB .

в) Найдите угол CKM .

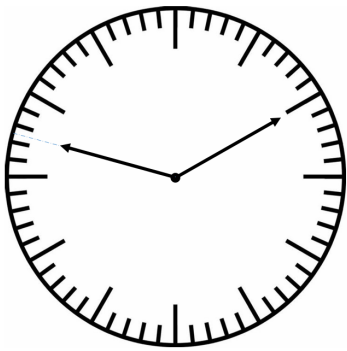
г) Найдите отношение длин отрезков KC и BD .

7. Апполиария купила странные часы с будильником и разноцветными (красная – часовая, желтая – минутная) стрелками равной длины. Она выяснила, что они спешат на 6 минут в час.

а) Сначала она установила их точно и задумалась: через сколько суток часы снова покажут точное время. . . А через сколько?

б) Сейчас 19:00, а завтра в полдень у Апполиарии важный созвон. Она поставила часы правильно и хочет, чтобы будильник прозвенел в полдень. На какое время нужно установить будильник?

в) Подруга Апполиарии Амалия решила пошутить. Она закрасила все цифры на циферблате, покрасила стрелки в черный цвет, отодрала корпус и повернула часы случайным образом. Часы стали выглядеть как на картинке ниже. Помогите Апполиарии определить, какое время показывают ее часы?



Калькуляторами пользоваться воспрещается!