

I вариант

1. Решите неравенство:

$$(x^2 - 3x - 4)|x - 5| > 0$$

2. Дано выражение Θ :

$$\Theta = \frac{\sqrt{x^3} - 8}{\sqrt{x} - 2} + \frac{4x + 4\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}.$$

а) Упростите выражение Θ .

б) Вычислите значение выражения Θ при $x = 4$.

в) Вычислите значение выражения Θ при $x = -9$.

г) Решите уравнение $\Theta = 0$.

3. Решите уравнение:

$$\sqrt{16 - x^2} \cdot (2x + 3) = 16 - x^2.$$

4. а) Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} -x^2 + 2x + 1, & x < 0 \\ 1.5 + \frac{1}{x-2}, & x \geq 0 \end{cases}.$$

б) Найдите значения k , при которых прямая $y = k$ имеет с графиком одну общую точку.

5. На двух берегах реки живут две семьи бобров, которые зарабатывают на жизнь строительством плотин и продажей корюшки. Им поступил совместный заказ на строительство плотины, которую, работая совместно, левобережные и правобережные бобры могли бы построить за 36 часов рабочего времени. Из-за проблем на другом объекте первые 14 часов левобережные бобры работали над плотинной самостоятельно, после чего к ним присоединились бобры правобережные, и они вместе закончили работу еще за 28 часов. Определите:

а) за какое время каждая бригада бобров могла бы построить плотину самостоятельно;

б) сколько корюшки получила левобережная бригада бобров, если бобры делят награду пропорционально проделанной работе, а не затраченному времени, и за весь проект им было заплачено 189 тонн корюшки.

6. *Геометрическая база.*

а) Найдите количество диагоналей выпуклого семиугольника.

б) Треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$ с коэффициентом подобия 3. Сумма площадей треугольников равна 30. Найдите площадь каждого треугольника.

в) В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 3$, $AD = 4$. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

г) Найдите радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12.

д) В равнобедренную трапецию вписана окружность. Средняя линия трапеции равна 6. Найдите боковую сторону трапеции.

е) Найдите косинус самого маленького угла треугольника со сторонами 4, 13, 15.

7. Незнайка решил запустить воздушный шарик как можно выше. Для этого ему понадобился волшебный газ. Незнайка тайком пробрался в лабораторию к великому химику Колбочкину, но все реактивы оказались закрыты в сейфе под надежным замком. Только на лабораторном столе были обнаружены склянки с надписями:

1. Мел (порошок) 20 г

2. Цинк (порошок) 13 г

3. Склянка без подписи, содержащая кусочки неизвестного металла.

4. Большая емкость с надписью «Соляная кислота»

Незнайка решил поэкспериментировать, и вот что у него получилось. Он смешал первый порошок с избытком соляной кислоты в колбе и собрал весь выделившийся газ. Затем смешал второй порошок с избытком соляной кислоты в другой колбе и тоже собрал весь выделившийся газ. При добавлении соляной кислоты к неизвестному металлу никаких видимых изменений не произошло. Когда воздушные шары были заполнены полученными газами, то один шарик взлетел высоко к потолку, а другой опустился на пол.

Выполните следующие задания:

а) Запишите уравнения химических реакций получения газообразных веществ.

б) Сравните объемы воздушных шаров, заполненных полученными газами (объемы измерены при н.у.). Докажите расчетами.

в) Каким газом заполнен воздушный шар, взлетевший к потолку? Каким газом заполнен воздушный шар, который опустился на пол?

г) Какой металл мог находиться в третьей склянке?

Справочный материал: Относительные атомные массы элементов: $A_r(\text{H}) = 1$; $A_r(\text{O}) = 16$; $A_r(\text{C}) = 12$; $A_r(\text{Cl}) = 35,5$; $A_r(\text{Zn}) = 65$; $A_r(\text{Ca}) = 40$.

8. С 1999 по 2004 год велось мощение тротуаров Невского проспекта от Адмиралтейства до площади Восстания гранитными плитами. Воспользовавшись фрагментом карты и вашими представлениями о физических свойствах гранита, оцените, сколько тонн гранита потребовалось для того, чтобы вымостить Невский проспект на участке от Садовой улицы до Аничкова моста.

Калькуляторами пользоваться воспрещается!

II вариант

1. Решите неравенство:

$$(x^2 - 3x - 10)|x - 7| > 0$$

2. Дано выражение Ω :

$$\Omega = \frac{\sqrt{x^3} - 27}{\sqrt{x} - 3} + \frac{5x - 5\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}.$$

а) Упростите выражение Ω .

б) Вычислите значение выражения Ω при $x = 9$.

в) Вычислите значение выражения Ω при $x = -7$.

г) Решите уравнение $\Omega = 0$.

3. Решите уравнение:

$$\sqrt{9 - x^2} \cdot (3x - 1) = 9 - x^2.$$

4. а) Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} 2.5 - \frac{1}{x+2}, & x \leq 0 \\ -x^2 - 2x + 2, & x > 0 \end{cases}.$$

б) Найдите значения k , при которых прямая $y = k$ имеет с графиком одну общую точку.

5. На двух берегах реки живут две семьи бобров, которые зарабатывают на жизнь строительством плотин и продажей корюшки. Им поступил совместный заказ на строительство плотины, которую, работая совместно, левобережные и правобережные бобры могли бы построить за 45 часов рабочего времени. Из-за проблем на другом объекте первые 16 часов левобережные бобры работали над плотиной самостоятельно, после чего к ним присоединились бобры правобережные, и они вместе закончили работу еще за 35 часов. Определите:

а) за какое время каждая бригада бобров могла бы построить плотину самостоятельно;

б) сколько корюшки получила левобережная бригада бобров, если бобры делят награду пропорционально проделанной работе, а не затраченному времени, и за весь проект им было заплачено 216 тонн корюшки.

6. *Геометрическая база.*

а) Найдите количество диагоналей выпуклого девятиугольника.

б) Треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$ с коэффициентом подобия 2. Сумма площадей треугольников равна 20. Найдите площадь каждого треугольника.

в) В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 5$, $AD = 3$. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

г) Найдите радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с катетами 8 и 15.

д) В равнобедренную трапецию вписана окружность. Средняя линия трапеции равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.

е) Найдите косинус самого маленького угла треугольника со сторонами 9, 10, 17.

7. Незнайка решил запустить воздушный шарик как можно выше. Для этого ему понадобился волшебный газ. Незнайка тайком пробрался в лабораторию к великому химику Колбочкину, но все реактивы оказались закрыты в сейфе под надежным замком. Только на лабораторном столе были обнаружены склянки с надписями:

1. Мел (порошок) 20 г
2. Цинк (порошок) 13 г
3. Склянка без подписи, содержащая кусочки неизвестного металла.
4. Большая емкость с надписью «Соляная кислота»

Незнайка решил поэкспериментировать, и вот что у него получилось. Он смешал первый порошок с избытком соляной кислоты в колбе и собрал весь выделившийся газ. Затем смешал второй порошок с избытком соляной кислоты в другой колбе и тоже собрал весь выделившийся газ. При добавлении соляной кислоты к неизвестному металлу никаких видимых изменений не произошло. Когда воздушные шары были заполнены полученными газами, то один шарик взлетел высоко к потолку, а другой опустился на пол.

Выполните следующие задания:

- а) Запишите уравнения химических реакций получения газообразных веществ.
- б) Сравните объемы воздушных шаров, заполненных полученными газами (объемы измерены при н.у.). Докажите расчетами.
- в) Каким газом заполнен воздушный шар, взлетевший к потолку? Каким газом заполнен воздушный шар, который опустился на пол?
- г) Какой металл мог находиться в третьей склянке?

Справочный материал: Относительные атомные массы элементов: $A_r(\text{H}) = 1$; $A_r(\text{O}) = 16$; $A_r(\text{C}) = 12$; $A_r(\text{Cl}) = 35,5$; $A_r(\text{Zn}) = 65$; $A_r(\text{Ca}) = 40$.

8. С 1999 по 2004 год велось мощение тротуаров Невского проспекта от Адмиралтейства до площади Восстания гранитными плитами. Воспользовавшись фрагментом карты и вашими представлениями о физических свойствах гранита, оцените, сколько тонн гранита потребовалось для того, чтобы вымостить Невский проспект на участке от Садовой улицы до Аничкова моста.

Калькуляторами пользоваться воспрещается!